

### 3年3章2次方程式 「 $(x+m)^2=n$ の形の方程式の解き方」

#### 1 問題と問題の意図

##### <問題>

$(x+3)^2=4$ の解は $-1$ である。正しいか？

##### <問題の意図>

前時までには、因数分解による解き方と $x^2=n$ の形を平方根の考えで解くことを学習している。本時は、解の正否を問う決定問題を出題することを通して、正しい解を求めることが課題となる。因数分解による解き方でも平方根の考えによる解き方でも解けることをおさえてから、確認問題として因数分解では解くことが困難な問題を出題する。その解決を通して、平方根の考えによる解き方のよさを実感させ、必要感をもって解き方を身に付けることができるように構成している。

#### 2 本時の目標

$(x+m)^2=n$ の形の2次方程式を平方根の考えを用いて解くことができる。

#### 3 授業の流れ

- (1) 【問題】 $(x+3)^2=4$ の解は $-1$ である。正しいか？ を板書して提示し、ノートに書かせる。
- (2) 「正しいだろうか」と問い、直観的に予想させる。挙手（正しい→パー、正しくない→グー）で自分の考えを示させると、「 $-1$ を代入すると等式が成り立つから正しい」という生徒と「解は2つあるだろうから正しくない」という生徒に分かれる。どちらの予想が正しいか確かめるにはどうすればよいかと問い、解を求めることを課題として個人思考に取り組みさせる。
- (3) 個人思考の時間は2～3分を目安とする。生徒にはノートに自分の考えを書くようにさせる。机間指導を行い、生徒の様子を把握し、指名計画を立てる。  
思考が進まない生徒が多い場合は、「左辺を展開している人がいるね。」などと意図的につぶやいたり、生徒を指名して途中までの計算を発表させたりして考えるきっかけを与える。早くできた生徒には、他の解き方を考えさせる。  
なお、求めた解は問題の式に代入して成り立つことを確認させる。

(予想される生徒の考え)

| ①展開して因数分解           | ②置き換えて因数分解          | ③平方根の考え  |
|---------------------|---------------------|--|
| $x^2+6x+9=4$        | $M^2=4$             | $(x+3)^2=4$  |
| $x^2+6x+9-4=0$      | $M^2-4=0$           | $\left( \begin{array}{l} M^2=4 \\ M=\pm 2 \end{array} \right)$ |
| $x^2+6x+5=0$        | $(M+2)(M-2)=0$      |  |
| $(x+5)(x+1)=0$      | $(x+3+2)(x+3-2)=0$  | $x+3=\pm 2$  |
| $x+5=0$ または $x+1=0$ | $(x+5)(x+1)=0$      | $x=-3\pm 2$  |
| $x=-5, x=-1$        | $x+5=0$ または $x+1=0$ | $x=-3+2=-1$ または $x=-3-2=-5$                                    |
|                     | $x=-5, x=-1$        | $x=-1, x=-5$   |

④代入して成り立つ値を求める

(4) 課題を解決する。指名計画を基にして、①～④の順に生徒の考えを取り上げていく。①は必ず取り上げる。②，③，④は複数の生徒が取り組んだ場合，扱うこととする。

集団解決を通して，複数の生徒とやりとりしながら，解き方と正しい解および-1は解の1つであることを確認していく。生徒は，自分の考えに確信をもったり，新たにわかったことをノートに記入したりして， $(x+\bullet)^2=\blacktriangle$ の形の解き方を理解する。

(5) 「 $(x+\bullet)^2=\blacktriangle$ の形がまた出てきたら，次はどの方法で解く？」と問いかけ，方針を決めさせてから確認問題を提示する。 $\bullet$ ， $\blacktriangle$ の数値は生徒と共に決める。例えば， $\bullet=2$ ， $\blacktriangle=5$ ならば，確認問題として $(x+2)^2=5$ を提示する。

少しの間，個人思考に取り組ませる。机間指導を行い，生徒の様子を把握する。「困っていることは？」と問いかけ，「うまく因数分解できない」ことを引き出す。ここで，①の考えを取り上げ，集団解決を通して，展開してから因数分解する方法では解くことが難しいことを確認する。

(予想される生徒の考え)

①展開して因数分解

$$x^2+4x+4=5$$

$$x^2+4x+4-5=0$$

$$x^2+4x-1=0$$

因数分解できない？

(6) 「どう解けばよいだろう？」と発問し，個人思考に取り組ませ，①以外の解き方を考えさせる。

机間指導を行い，生徒の様子を把握し，指名計画を立てる。思考が進まない生徒が多い場合は，(4)の段階で③の考えが出ていれば先の学習内容を振り返るよう促す。③の考えが出ていないときは，生徒を指名して $M^2=5$ と置き換えた式を取り上げ，続きを考えるように促す。

(予想される生徒の考え)

③平方根の考え

$$(x+2)^2=5$$

$x+2$ は5の平方根だから

$$x+2=\pm\sqrt{5}$$

$$x=-2\pm\sqrt{5}$$

置き換えて

$$M^2=5$$

$$M=\pm\sqrt{5}$$

(7) 集団解決を通して，複数の生徒とやりとりしながら確認問題を解決する。平方根の考えを用いれば $\bullet$ と $\blacktriangle$ の数がいくつであっても解くことができることを理解させる(ただし $\blacktriangle\geq 0$ )。置き換える式は状況に応じて扱う。解をもとの式に代入して確かめる。本時の問題と確認問題の違いについて考えさせる。

(8) 練習問題として，類題を数問提示し，取り組ませる。全体でのやりとりや，ペアで解き方を説明し合うことを通して，理解を深めさせる。また，文字への置き換えを使わずに，かっこの中をひとまとまりにみて解けるように慣れさせる。

(9) 教科書を用いて学習内容を振り返り，要点にはラインを引かせて確認する。続いて，教科書の練習問題で定着を図る。

【板書計画】

① (x+3)<sup>2</sup>=4の形平方根の考えよう!

③-5 (x+3)<sup>2</sup>=4の解は-1正しいか?

② 正しい人正しくない人-56!  
当解を求めてみよう!

②① 展開 → 因数

(x+3)<sup>2</sup>=4  
x<sup>2</sup>+6x+9=4  
x<sup>2</sup>+6x+5=0  
(x+5)(x+1)=0  
x+5=0またはx+1=0  
x=-5, x=-1

②② 平方根の考え  
(x+3)<sup>2</sup>=4  
x+3=±2  
x=-3±2  
x=-3+2, x=-3-2  
x=-1, x=-5

x+3は2乗すると4の平方根  
x+3=Mとおく  
M<sup>2</sup>=4  
M=±2

②③ おおきく因数分解  
x+3とMは-7  
M<sup>2</sup>=4  
M<sup>2</sup>-4=0  
(M+2)(M-2)=0  
(x+3+2)(x+3-2)=0  
(x+5)(x+1)=0  
x=-5, x=-1

② (x+2)<sup>2</sup>=5は0か? 解く?

②① x<sup>2</sup>+4x+4=5  
x<sup>2</sup>+4x-1=0  
? 因数分解できるか?

②② (x+2)<sup>2</sup>=5  
x+2=±√5  
x=-2±√5

λ=-2±√5は正しい? → 代入 (OK)  
λ=-2+√5  
(-2+√5)<sup>2</sup>=0  
=5

λ=-2-√5  
(-2-√5)<sup>2</sup>=0  
=5

平方根の考え  
平方根の考え  
平方根の考え

練習

(x-4)<sup>2</sup>=3  
x-4=±√3  
x=4±√3

(x+6)<sup>2</sup>=1  
x+6=±1  
x=-6±1  
x=-5, x=-7

(x-3)<sup>2</sup>=8  
x-3=±2√2  
x=3±2√2

① (x-2)<sup>2</sup>-36=0  
(x-2)<sup>2</sup>=36  
x-2=±6  
x=8, x=-4

(1) (x-5)<sup>2</sup>=6  
x-5=±√6  
x=5±√6

(2) (x+3)<sup>2</sup>=16  
x+3=±4  
x=3±4  
x=1, x=-7

文責 角地祐輔 (旭川市立東陽中学校) 2018.10