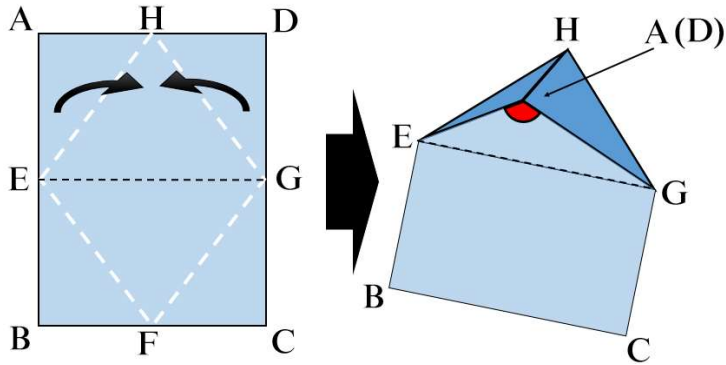


3年7章 三平方の定理 「三平方の定理の活用」 コピー用紙で四面体を作る  
1 問題と問題の意図

<問題>

<問題1> 図1

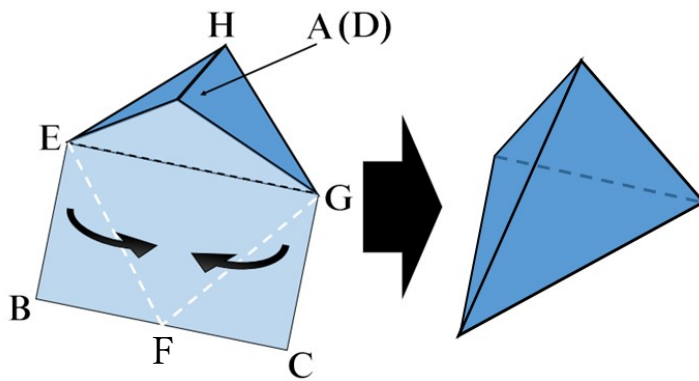


手順

- ① A 5 の紙の各辺の中点をとる
- ② 中点を結び，点線で谷折り
- ③ AH と DH を合わせるようにテープで留める。

問題1  $\angle EAG$  は何度？

<問題2> 図2



手順

- ④ 反対側も同様に折る
- ⑤ BF と CF を合わせるようにテープで留める
- ⑥  $\angle EAG$  と  $\angle EBG$  を合わせるようにテープで留める

問題2 四面体の体積は？



<問題の意図>

1 枚のコピー用紙から合同な二等辺三角形でできた四面体ができ上がることに生徒は驚き，興味を示すだろう。そして四面体の辺の長さや体積を，既習内容を活用して求めることができることで，数学のよさや面白さを実感させたい。

2 本時の目標

三平方の定理など既習内容を活用して空間図形の問題を解決することができる。

### 3 本時の流れ

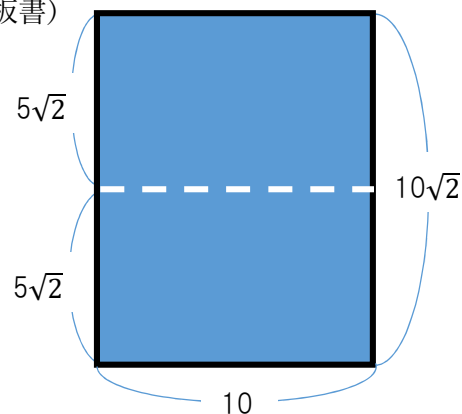
(1) A5の紙を1枚は工作用, もう1枚は展開図用として2枚配布する。ディスプレイで図1と手順①~③を示し, 紙を折ってセロハンテープで留めるよう指示する。その際, 作業ばかりに時間を費やさないように, およその立体が組み上がれば十分であることを伝える(時間をかけ過ぎないようにする)。

A4の紙で生徒と同じ物を作成し, 黒板に貼っておく。

(2) 問題1を提示するとクラスの大多数が直角(90°)と予想する。なぜかと問うと, 見た目が90°だからと返ってくる。そこで, 既習の短辺:長辺=1:√2を確認し, 短辺の長さを10cmとすることにして理由を考えさせる。

(3) 展開図用の紙に長さを書き込んでもよいことを伝えると, 工作した三角錐と展開図を見比べながら考え始める。手が進まないようであれば, 「仮に∠EAG=90°だとしたら, どんなことがいえるだろうか」と問いかける。少し時間をとると, 次のような考えが出てくる。

(板書)



◎△AEGに着目すると, 三平方の定理の逆が成り立つ。

$$(5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 = 10^2$$

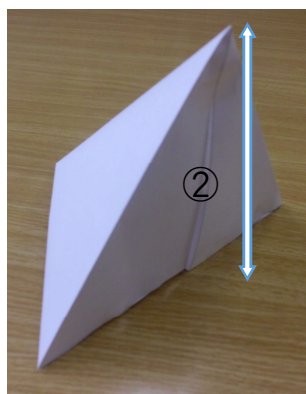
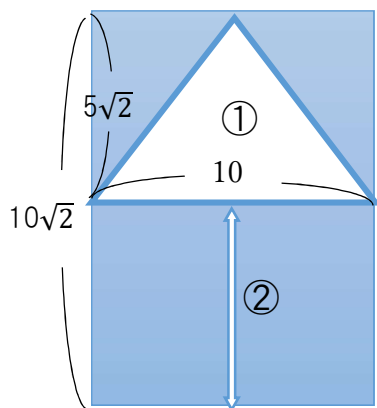
◎辺の長さが  $5\sqrt{2} : 5\sqrt{2} : 10 = \sqrt{2} : \sqrt{2} : 2$

$$= 1 : 1 : \sqrt{2} \quad (\text{直角二等辺三角形})$$

複数の生徒に説明させながら, 全体で∠EAG=90°になることを確認する。

(4) 問題2の図2と手順を先と同様に示し, セロハンテープで留めて立体を完成させる。その際, 生徒とのやりとりを通して2つの直角三角形△AEGと△BEGが合同であることからぴったりと合わせることができることを確認する。合同な二等辺三角形でできた四面体ができ上がったことに, 生徒は驚きの声を上げるだろう。

(5) 問題2を提示し, 時間をとると次のような考えが出てくる。



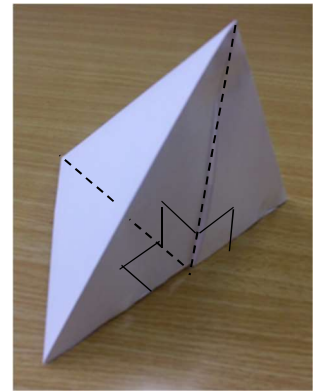
①…底面積  $10 \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 25\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$

②…高さ  $5\sqrt{2} \text{ (cm)}$

体積は  $25\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{250}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$

生徒に底面積と高さの求め方を四面体と展開図を使って説明させる。すると生徒から「②はなぜ高さになるのか」という疑問が出てくるので、②は本当に高さとしてよいか問い返す。

すると、合せた部分（点線部）が3方向に垂直になっていることから②が高さになるという意見が出てくるので全体で確認する。



- (6) 最後に、正四面体を作ること自由課題にしてもよい。短辺：長辺＝ $1 : \sqrt{3}$ にすると正四面体ができる。

文責：青木俊也（東神楽町立東神楽中）2018.3