

3年3章 2次方程式「因数分解による解き方」

1 問題と問題の意図

<問題>

2次方程式をAくんは次のように解いた。正しいだろうか。

$$\begin{aligned}x^2 + 2x - 15 &= 9 \\x^2 + 2x - 15 &= 1 \times 9 \\(x - 3)(x + 5) &= 1 \times 9 \\x - 3 &= 1, x + 5 = 9 \\x &= 4\end{aligned}$$

<問題の意図>

因数分解による解き方を一通り学習した後の授業である。機械的に(2次式)=0のように式を変形してはいても、右辺を0にする意味を理解していない生徒は少なくない。そこで誤答を通してその意味を正しく理解できるようにした。

2 本時の目標

2次方程式を因数分解を利用して解くために、式を適切に変形することの必要性を理解する。

3 本時の流れ

- (1) 問題の2次方程式を板書し、「今日はこの問題をAくんが次のように解いていきました」と説明する。「9は1×9だから」と説明を加えながら方程式の解き方をすべて板書する。最後に「Aくんの解き方は正しいだろうか」と発問し、板書して問題を提示する。
- (2) すぐに予想するように促し、直観でもよいことを伝えて挙手をさせる。すると、正しいと判断する生徒もいるが、正しくないと判断する生徒が多くなる。
- (3) 「正しいか、正しくないか確かめよう」と発問し、個人思考の時間を与え、自分の予想をもとに、確かめさせる。
- (4) はじめに、正しい派の考えをとりあげる。

(その1)

$x=4$ を方程式に代入すると(左辺)=(右辺)となり、等式が成り立つから解になっている。

「確かになりそうだ・・・」という考えに傾くが、生徒のつぶやきから、別の積を考えている正しくない派の考え方をとりあげる。

(5) 正しくない派の意見を取りあげる。

(その2)

積は 1×9 だけではなく、 3×3 のときは、

$$(x-3)(x+5)=3 \times 3$$

$$x-3=3, x+5=3$$

$$x=6, x=-2$$

$x=6, x=-2$ は解になるのか確認させると、(その1) で解いた生徒からも方程式に代入しても成り立たないので、正しくないという意見が上がる。他に、 $-1 \times (-9)$ 、 $-3 \times (-3)$ 、小数や分数などの積もあり、解が他にもあるかもしれないという考えが出てくる。

(6) 正しい派からも、「どのように解いたらいいのか？」という疑問が出始める。(その2) の考え方からもいくつも限らない積が出てしまうため、正しい解を求めるにどうしたらよいかという疑問を課題「どのように式を変形して解いたらよいか考えよう」につなげる。

(7) 課題を設定してから再度個人思考の時間をとり、全体で式の変形の仕方や解き方を確認する。

(その3) $(2 \text{次式}) = 0$ に直して解く

$$x^2+2x-15-9=0$$

$$x^2+2x-24=0$$

$$(x-4)(x+6)=0$$

$$x=4, x=-6$$

(8) 「なぜ $(2 \text{次式}) = 0$ のように変形しなければならないのか」と問い直し、因数分解による解き方では、 $AB=0 \Rightarrow A=0$ または $B=0$ という式の性質を利用していることを確認し、(その2) の場合と比較して前時までのノートで確認する。

(9) 問題の2次方程式は正しい解が $x=4, x=-6$ であることを確認する。Aくんが求めた解は偶然にも $x=4$ となったが、正しい因数分解の解き方ではなかったため、問題の答えは「正しくない」ことを全体で確認する。

(10) 確認問題を提示する。

〈確認問題〉

$$x(x+1)=6$$

$6 = 2 \times 3$ から、 $x=2$ が解になりそうだ。正しいだろうか。

$x=2$ は解の1つだが，他の解を求めるには（2次式） $=0$ の形にして解く必要があることを確認する。

（その1）先に展開をする

$$\begin{aligned}x(x+1) &= 6 \\x^2 + x &= 6 \\x^2 + x - 6 &= 0\end{aligned}$$

（その2）先に移項をする

$$\begin{aligned}x(x+1) - 6 &= 0 \\x^2 + x - 6 &= 0\end{aligned}$$

(11) 教科書の因数分解による解き方の問題に取り組ませる。

文責：岡田 哲（緑が丘中学校）2017.11