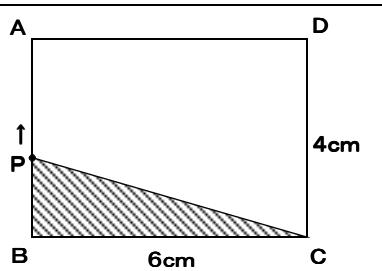


2年 3章 1次関数 「1次関数の利用（動点と面積の問題）」

1 問題と問題の意図

＜問題＞

点Pが四角形ABCDの辺上を、 $B \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C$ と動いていく。点Pが動くにつれて、 $\triangle PBC$ で変わっていくものはなんだろうか？



＜問題の意図＞

「1次関数」では、すべての教科書が図形の辺上を点が動く「動点と面積の問題」を扱っている。しかし、 x の変域によって比例と1次関数が混在するため難しさを感じる生徒は多い。そこで、三角形の変化のようすのうち、生徒が自ら着目した事象を調べることで関心を高め、場合分けをして式やグラフで表すことができるように授業を構成した。なお、生徒が考えやすいよう三角形の底辺が下にくるようにしている。

2 本時の目標

既習内容を活用して、数量の変化のようすをとらえ、式やグラフで表すことができる。

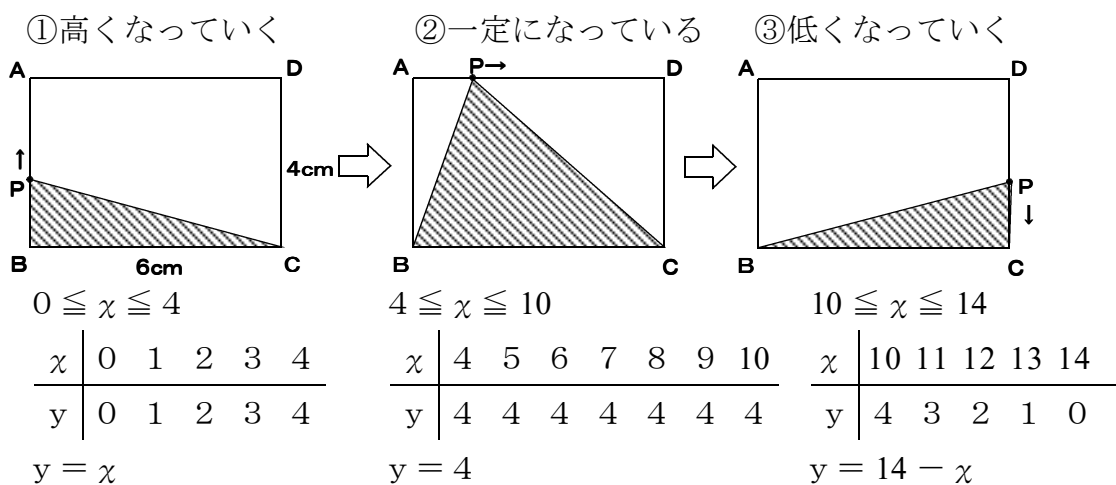
3 授業の流れ

- (1)最初に点が動く様子を簡易動画*で見せ、「変わっていくものはなんだろうか？」と問いかけると、生徒は次のような様々な事象の変化に気づく。
ア 形 イ 高さ ウ 面積 エ 角度
オ 場所 カ 周囲の長さ
- (2)まず、アについて口頭で生徒とやりとりをする。関数ではないが、直角三角形から普通の三角形、最後にまた直角三角形になり、3つの場合に分けられることを確認する。次に、イとウをこの順に扱うことにする。カなど中3以降に学習するものなどは、その旨を説明し扱わない。
- (3)イについて、「 $\triangle PBC$ の高さはどのように変わっていくだろうか？」と発問する。高さにだけ注目させて、もう一度簡易動画で点が動くようすを見せる。0から始まりだんだん高くなり、次に一定になり、最後は低くなっていき0になることに気づく。
- (4)「変化のようすをどのように表したらよいか？」と発問すると、生徒から「式」

「表」「グラフ」などの反応が返ってくる。そこで次のような課題を設定する。

点PがBから x cm 動いたときの $\triangle PBC$ の高さを y cm として、高さの変化のようすを調べよう。

生徒には3つの図を記したプリントとグラフ用紙を配付して取り組ませる。
 (5) なかなか取り組めない生徒には、高くなっていく、一定になる、低くなっていく場面で場合分けをした表から考えさせる。場合分けは、 x の変域を使って表すことを全体で確認する。

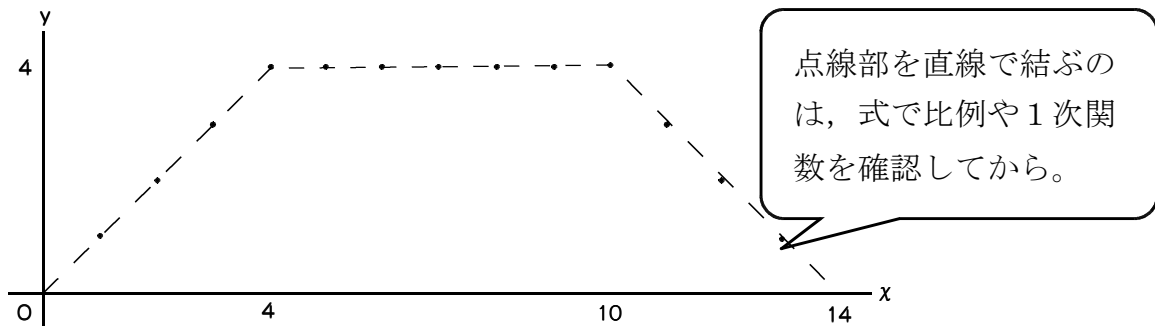


表からは、おおまかな変化のようすを捉えることはできる。しかし、グラフが直線となる根拠にはならないので、式で表す必要があることを確認する。

特に③の式は難しいため丁寧に扱う。図で示しながら、動点の始まりから終わりまでの 14 cm から x cm をひいた残りの部分が高さ $(14 - x)$ になることを理解させる。

生徒の中には、表から変化の割合を (-1) と考えて y を x の式で表したり、表から座標平面上に点をとって直線で結んでグラフをかいたりすることがある。しかし、表からは比例や1次関数を推定することはできても、比例や1次関数だと断定できないことに注意したい（例えば、 のような関数も存在するため）。そのため、 y を x の式で表す必要性がある。

また、 x の値が 2.5 や 11.3 など小数になるときでも、対応する y の値が容易に求められることを紹介すると式のよさがさらに分かる。

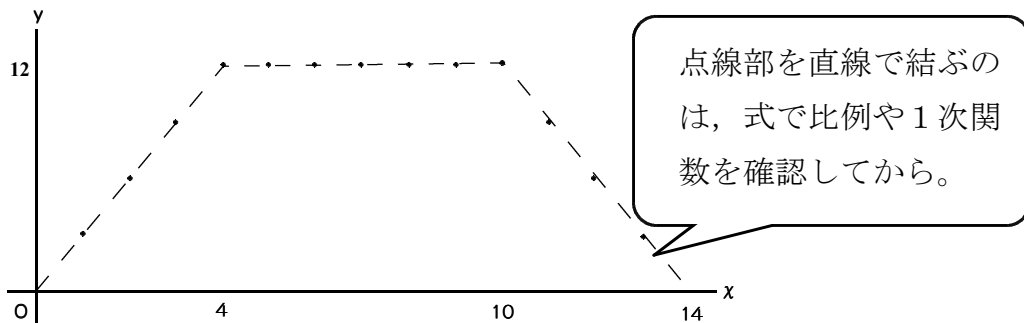


- (6) ウについて、「 $\triangle PBC$ の面積はどのように変わっていくだろうか？」と発問する。面積にだけ注目させて、もう一度簡易動画で点が動くようすを見せる。0から始まりだんだん大きくなり、次に一定になり、最後は小さくなっていき0になることに気づく。
- (7) 「変化のようすをどのように表したらよいか？」と発問すると、高さのときと同様な返答があるので、次のような課題を設定する。

点PがBから x cm 動いたときの $\triangle PBC$ の面積を y cm^2 として、面積の変化のようすを調べよう。

①大きくなっていく	②一定になっている	③小さくなっていく																																								
$0 \leq x \leq 4$	$4 \leq x \leq 10$	$10 \leq x \leq 14$																																								
<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td><td style="padding: 0 5px;">0</td><td style="padding: 0 5px;">1</td><td style="padding: 0 5px;">2</td><td style="padding: 0 5px;">3</td><td style="padding: 0 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y</td><td style="padding: 0 5px;">0</td><td style="padding: 0 5px;">3</td><td style="padding: 0 5px;">6</td><td style="padding: 0 5px;">9</td><td style="padding: 0 5px;">12</td></tr> </table>	x	0	1	2	3	4	y	0	3	6	9	12	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td><td style="padding: 0 5px;">4</td><td style="padding: 0 5px;">5</td><td style="padding: 0 5px;">6</td><td style="padding: 0 5px;">7</td><td style="padding: 0 5px;">8</td><td style="padding: 0 5px;">9</td><td style="padding: 0 5px;">10</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y</td><td style="padding: 0 5px;">12</td><td style="padding: 0 5px;">12</td><td style="padding: 0 5px;">12</td><td style="padding: 0 5px;">12</td><td style="padding: 0 5px;">12</td><td style="padding: 0 5px;">12</td><td style="padding: 0 5px;">12</td></tr> </table>	x	4	5	6	7	8	9	10	y	12	12	12	12	12	12	12	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td><td style="padding: 0 5px;">10</td><td style="padding: 0 5px;">11</td><td style="padding: 0 5px;">12</td><td style="padding: 0 5px;">13</td><td style="padding: 0 5px;">14</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y</td><td style="padding: 0 5px;">12</td><td style="padding: 0 5px;">9</td><td style="padding: 0 5px;">6</td><td style="padding: 0 5px;">3</td><td style="padding: 0 5px;">0</td></tr> </table>	x	10	11	12	13	14	y	12	9	6	3	0
x	0	1	2	3	4																																					
y	0	3	6	9	12																																					
x	4	5	6	7	8	9	10																																			
y	12	12	12	12	12	12	12																																			
x	10	11	12	13	14																																					
y	12	9	6	3	0																																					
$y = 3x$	$y = 12$	$y = -3x + 42$																																								

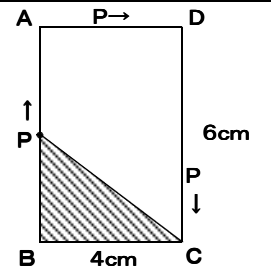
特に③の式は難しいため丁寧に扱う。(5)③で高さがわかっているので、底辺×高さ÷2より、 $y = 6 \times (14 - x) \div 2$ で、 $y = 42 - 3x$ となる。



(8) 本時の内容について再度振り返るとともに，変化のようすをグラフで表すこと
 のよさ(見ただ目で変化のようすがわかりやすい)，式で表すこと
 のよさ(変化の割合やグラフの傾き・切片など正確な変化のようすがわかる，
 どのような関数なのかがわかる，整数値以外でも対応する値が求められる)をまとめる。

(9) 時間に余裕があれば，次のような問題で定着を図る。

点Pは長方形ABCDの辺上をB→A→D→Cまで動く。
 点PがBから x cm動いたときの， $\triangle PBC$ の面積を
 y cm^2 とする。点Pが動いていくとき，面積の変化の
 様子を予想し，それを確かめなさい。



* 簡易動画はマイクロソフトパワーポイントで作成。スライドショーでクリック毎に移動します。

文責：松林圭一（旭川市立神楽中学校）2017. 10